Penyusunan Jadwal Ujian Mata Kuliah Dengan Algoritma Pewarnaan Graf

Satria Octavianus Nababan - 13521168 [1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]*13521168@std.stei.itb.ac.id*

***Abstract*— Banyak hal dalam dunia ini yang merupakan implementasi dari graf *theory*, karena model-modelnya sangat bermanfaat untuk aplikasi yang luas, seperti: penjadwalan, optimisasi, ilmu komputer, jaringan komunikasi, analisis algoritma dan graf *coloring*. *Graf coloring* dan penyamarataannya menggunakan *tools* dalam membuat model yang beraneka ragam untuk menyelesaikan masalah penjadwalan dan masalah pemberian tugas. Salah satu aplikasi dalam *graf theory* adalah memberikan warna pada sebuah simpul, baik warna minimum maupun warna maksimum. Proses pewarnaan dilakukan dengan menghindari warna yang sama pada vertex yang *edjacency*, sehingga dapat diperoleh warna minimum, dengan demikian pengguna dapat lebih mudah dalam pembuatan jadwal.**

Kata Kunci*— Graf, jadwal, pewarnaan, algoritma *Welch-powell

I. PENDAHULUAN

Penjadwalan ujian merupakan suatu pekerjaan rutin dalam sistem akademik di Perguruan Tinggi yang dilakukan setiap semester. Pada pelaksaanaannya, seringkali jadwal ujian yang telah dikefuarkan belum fx sehingga membutuhkan adanya penjadwalan ulang. Hal ini disebabkan jenis mata kuliah yang banyak dan variasi pengambilan mata kuliah dari mahasiswa yang banyak juga . Pada dasarnya dalam menentukan jadwal ujian harus diatur sedemikian rupa sehingga semua mahasiswa dapat mengikuti ujian mata kuliah yang diambilnya tanpa bertabrakan waktunya dengan jadwal ujian kuliah lain yang juga diambilnya. Dengan kata lain jika ada mahasiswa yang mengambil dua buah mata kuliah atau lebih, jadwal ujian mata kuliah tersebut harus pada waktu yang tidak bersamaan. Ujian dua buah mata kuliah dapat dijadwalkan pada waktu yang bersamaan jika tidak ada mahasiswa yang sama yang mengikuti ujian dua mata kuliah tersebut. Dalam melakukan penjadwalan ujian , diperlukan pemikiran yang cukup rumit untuk dapat memetakan sejumlah komponen penjadwalan (mata kuliah, mahasiswa, ruang, dan waktu) ke dalam timeslot (matriks ruang dan waktu) dengan mempertimbangkan semua batasan yang ada. Masalah tersebut antara lain setiap mahasiswa yang mengontrak mata kuliah harus dijadwalkan ujian dalam waktu yang berbeda dan ketersediaan ruang yang sesuai untuk peserta ujian dalam jumlah tertentu. Proses manual memerlukan waktu yang cukup lama untuk dapat melakukan hal ini dan memungkinkan terjadinya pelanggaran constraint akibal human effor. Pelanggaran *constraint* dalam penjadwalan ujian menjadikan jadwal tidak valid dan harus direkonstruksi ulang. Jika kejadian sepertiiniselalu berulang tiap kalimenghadapiujian semester, maka sepatutnya permasalahan ini mendapat prioritas untuk dicari solusinya demi peningkatan mutu sistem akademik di Perguruan Tinggi. Permasalahan penjadwalan ujian terkait erat dengan masalah optimasi. Oleh karena itu, pengembangan sistem penjadwalan ujian dilakukan dengan melalui beberapa iterasi perbaikan. Tujuannya adalah memenuhi sejumlah *constraint* penjadwalan, seperti menghindari terjadinya bentrok jadwal ujian. Dalam kajian ilmu di Matematika Diskrit, teori graf memberi solusi untuk permasalahan ini melalui bahasannya tentang pewarnaan graf. Pembuatan sistem penjadwalan ujian yang menerapkan teor ini diharapkan mampu menjawab permasalahan ini. Beberapa *constraint* di atas menunjukkan bahwa permasalahan penjadwalan ujian ditimbulkan oleh suatu variabel yang bersifat dinamis yaitu pola kontrak mata kuliah yang dilakukan mahasiswa. Variabel lainnya seperti ruang pada umumnya tidak mengalami perubahan yang begitu signifikan sehingga masih mungkin diadaptasi dengan keadaan real. Sedangkan pola kontrak mata kuliah yang berbeda pada tiap semester sangat menjadi kendala untuk penjadwalan ujian sehingga prediksi mengenai hal ini sangat diperlukan.

Jadwal tersebut memetakan berbagai komponen penjadwalan ke dalam matriks ruang dan waktu. Hasil akhir dari penjadwalan tersebut adalah sebuah informasi kepada seluruh dosen dan mahasiswa terkait pelaksanaan ujian. Permasalahan penjadwalan dapat diatasi dengan suatu sistem yang dapat membantu dalam mengatasi dan mengoptimalkan dalam pembuatan jadwal pelajaran. Salah satu algoritma yang menangani masalah penjadwalan adalah algoritma Welch Powel. Menurut Aladag dan Hocaoglu (2007: 56) algoritma Welch Powell digunakan untuk mewarnai suatu graf, dengan banyak warna minimal dengan cara mengurutkan semua titik berdasarkan derajatnya, dari derajar besar ke derajat kecil, mengambil warna pertama (misalnya merah), warnai titik pertama yang sudah kita urutkan berdasarkan 3 derajatnya tadi. Kemudian warnai titik berikutnya yang tidak berdampingan dengan titik pertama tadi dengan warna yang masih sama (merah) kemudian lanjutkan dengan warna kedua, dan seterusnya, sampai semua titik telah diberi warna.

II. LANDASAN TEORI

1. Permutasi dan Kombinasi

Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek.

- Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian.
- Misalkan jumlah objek adalah n, maka :
  ✓ urutan pertama dipilih dari n objek,
  ✓ urutan kedua dipilih dari n – 1 objek,
  ✓ urutan ketiga dipilih dari n – 2 objek,
  ✓ …
  ✓ urutan terakhir dipilih dari 1 objek yang tersisa.

Menurut kaidah perkalian, permutasi dari n objek adalah

$$n(n-1)(n-2)\ldots(2)(1) = n!$$

Adapun jumlah susunan berbeda dari pemilihan r objek yang diambil dan n objek disebut permutasi-r, dilambangkan dengan P(n,r), yaitu jumlah kemungkinan urutan r buah elemen yang dipilih dari n buah elemen, dengan r ≤ n, yang dalam hal ini, pada setiap kemungkinan urutan tidak ada elemen yang sama.

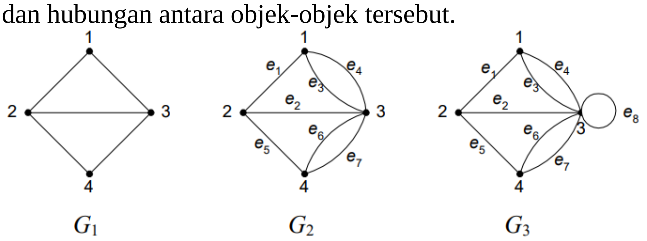
$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)\ldots(n-(r-1)) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Bentuk khusus dari permutasi adalah kombinasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi urutan kemunculan diabaikan. Dalam kasus penjadwalan ujian, kombinasi merupakan variasi yang mungkin terjadi ketika mahasiswa memilih untuk mengontrak mata kuliah pada semester tertentu. Jumlah mata kuliah yang ditawarkan Program Studi sebanyak n objek dan jumlah mata kuliah yang dikontrak dengan batasan SKS tertentu adalah r objek.

$$\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-(r-1))}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = C(n,r)$$

2. Graf

Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.



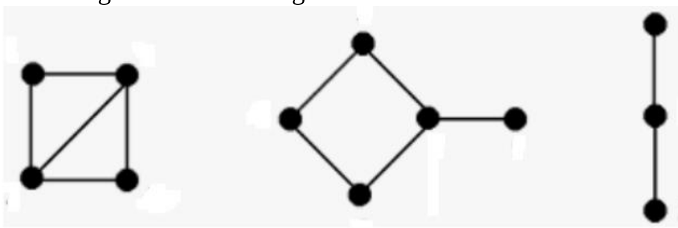
Gambar 1 Beberapa Contoh Graf

Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 Pukul 20.28

Jenis-jenis graf

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis:

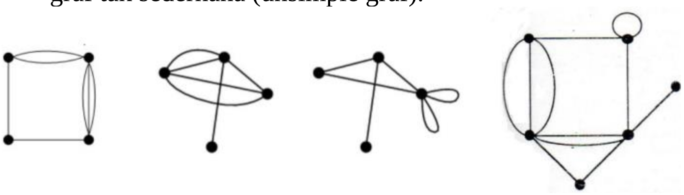
1. Graf sederhana (simple graf).
   Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda dinamakan graf sederhana.



Gambar 1 Graf Sederhana

Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.41

2. Graf tak-sederhana (unsimple-graf).
   Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak sederhana (unsimple graf).

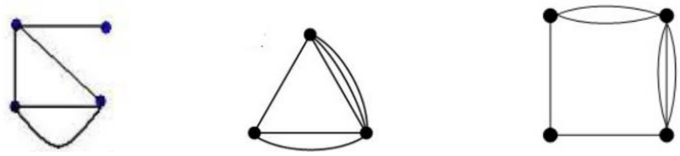


Gambar.2 Graf Tak Sederhana

Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.45

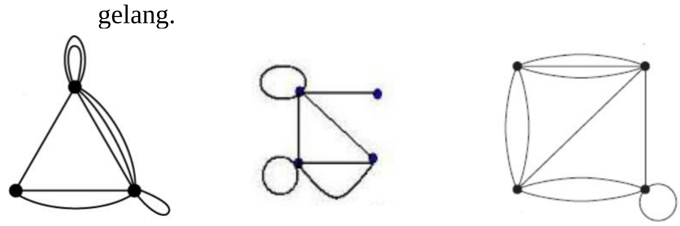
Graf tak-sederhana dibedakan lagi menjadi:

1. Graf ganda (multi-graf) → Graf mengandung sisi ganda



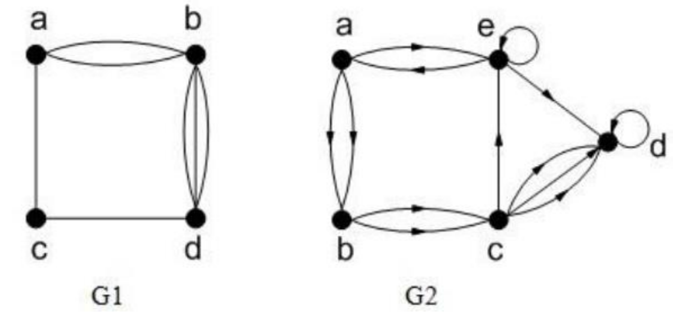
Gambar 3 Graf Ganda
https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.48

2. Graf semu (pseudo-graf) → Graf mengandung sisi gelang.



Gambar 4 Graf Semu
Sumber :
https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.53

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dibedakan atas 2 jenis:

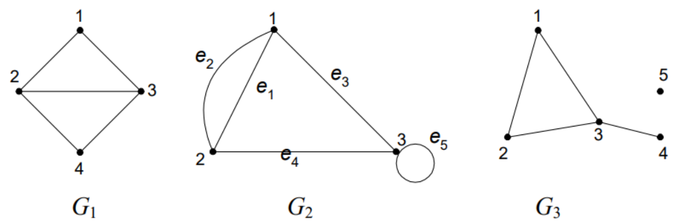


Gambar 5 G1: Graf tak berarah, G2: Graf Berarah
Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.58

1. Graf tak-berarah (undirected graf)
   Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah.
2. Graf berarah (directed graf atau digraf)
   Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah.

Terminologi Graf

- **Ketetanggaan (Adjacent)**
  Dua buah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung.
  Tinjau graf G1 : simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3, simpul 1 tidak bertetangga dengan simpul 4.



Gambar 6 Ketetanggan
Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.58

- **Bersisian (Incidency)**
  Untuk sembarang sisi e = (vj , vk) dikatakan e bersisian dengan simpul vj , atau e bersisian dengan simpul vk
  Tinjau graf G1: sisi (2, 3) bersisian dengan simpul 2 dan simpul 3, sisi (2, 4) bersisian dengan simpul 2 dan simpul 4, tetapi sisi (1, 2) tidak bersisian dengan simpul 4.
- **Simpul Terpencil (Isolated Vertex)**
  Simpul terpencil ialah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya. Tinjau graf G3: simpul 5 adalah simpul terpencil.

- **Graf Kosong (null graf atau empty graf)**
  Graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong (Nn).

- **Derajat (Degree)**
  Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Notasi: d(v)
  Tinjau graf G1:
  d(1) = d(4) = 2
  d(2) = d(3) = 3
  Tinjau graf G3:
  d(5) = 0 → simpul terpencil
  d(4) = 1 → simpul anting-anting (pendant vertex)
  Tinjau graf G2:
  d(1) = 3 → bersisian dengan sisi ganda
  d(3) = 4 → bersisian dengan sisi gelang (loop)

  Lemma Jabat Tangan → Jumlah derajat semua simpul pada suatu graf adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graf tersebut.
  Akibat dari lemma (corollary): Untuk sembarang graf G, banyaknya simpul berderajat ganjil selalu genap. Jadi, menurut teorema ini, tidak mungkin sebuah graf memiliki simpul berderajat ganjil sejumlah ganjil.

- **Lintasan (Path)**
  Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v0 ke simpul tujuan vn di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk v0 , e1 , v1 , e2 , v2 ,... , vn –1 , en , vn sedemikian sehingga e1 = (v0 , v1), e2 = (v1 , v2), ..., en = (vn-1 , vn) adalah sisi-sisi dari graf G.
  Tinjau graf G1 : lintasan 1, 2, 4, 3 adalah lintasan dengan barisan sisi (1,2), (2,4), (4,3). Panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut. Lintasan 1, 2, 4, 3 pada G1 memiliki panjang 3.

- **Siklus (Cycle) atau Sirkuit (Circuit)**
  Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit atau siklus.
  Tinjau graf G1 : 1, 2, 3, 1 adalah sebuah sirkuit. Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut. Sirkuit 1, 2, 3, 1 pada G1 memiliki panjang 3.

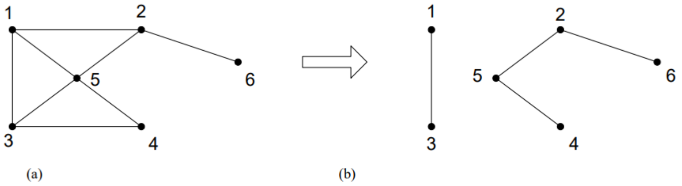
- **Kerterhubungan (Connected)**
  Dua buah simpul v1 dan simpul v2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v1 ke v2 . G disebut graf terhubung (connected graf) jika untuk setiap pasang simpul vi dan vj dalam himpunan V terdapat lintasan dari vi ke vj . Jika tidak, maka G disebut graf tak-terhubung (disconnected graf).

- **Upagraf (Subgraf) dan Komplemen Upagraf**
  Misalkan G = (V, E) adalah sebuah graf. G1 = (V1, E1) adalah upagraf (subgraf) dari G jika V1 ⊆ V dan E1 ⊆ E.
  Komplemen dari upagraf G1 terhadap graf G adalah graf G2 = (V2, E2) sedemikian sehingga E2 = E - E1 dan V2 adalah himpunan simpul yang anggota-anggota E2 bersisian dengannya.
  Komponen graf (connected component) adalah jumlah maksimum upagraf terhubung dalam graf G.

  Upagraf Merentang (Spanning Subgraf)

Upagraf G1 = (V1, E1) dari G = (V, E) dikatakan upagraf rentang jika V1 =V (yaitu G1 mengandung semua simpul dari G).

- **Cut-Set**
  Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, cut-set selalu menghasilkan dua buah komponen.
  Pada graf di bawah, {(1,2), (1,5), (3,5), (3,4)} adalah cut-set. Terdapat banyak cut-set pada sebuah graf terhubung. Himpunan {(1,2), (2,5)} juga adalah cut-set, {(1,3), (1,5), (1,2)} adalah cut-set, {(2,6)} juga cut-set, tetapi {(1,2), (2,5), (4,5)} bukan cut-set sebab himpunan bagiannya, {(1,2), (2,5)} adalah cut-set.



Gambar 7 Cut set
Sumber :
https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 21.13

- **Graf Berbobot (Weighted Graf)**
  Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

2.1 Pewarnaan graf

Dalam teori graf, pewarnaan graf merupakan suatu bentuk pelabelan graf, yaitu dengan memberikan warna pada elemen graf yang akan dijadikan subjek dalam memahami *constrain* permasalahan. Ada tiga macam persoalan pewarnaan graf (*graf colouring*), yaitu pewarnaan simpul, pewarnaan sisi, dan pewarnaan wilayah (*region*). Pada tulisan ini hanya akan membahas pewarnaan untuk elemen graf yang paling sederhana yaitu pewarnaan simpul graf. Pewarnaan simpul adalah memberi warna pada simpul-simpul di dalam graf sedemikian sehingga setiap dua simpul bertetangga mempunyai warna yang berbeda.

Untuk dapat melakukan pewarnaan graf, ada beberapa algoritma yang bisa digunakan. Dalam tulisannya, Hussein Al-Omari & Khair Eddin Sabri tahun 2006 menyebutkan beberapa algoritma yang telah banyak dikenal sebagai berikut:

a. First Fit (FF)

Algoritma ini adalah algoritma yang termudah dan tercepat. Prinsipnya adalah mewarnai setiap simpul graf dengan warna yang tidak akan diubah lagi. Algoritma ini sangat mudah untuk diimplementasikan dan juga sangat cepat, namun memiliki probabilitas besar untuk menghasilkan jumlah warna yang melebihi bilangan kromatiknya. Kompleksitas waktu asimtotik dari algoritma ini adalah O(n).

b. Largest Degree Ordering (LDO)

Algoritma ini merupakan algoritma yang prinsipnya berdasarkan pada nilai derajat dari setiap simpul. Simpul yang memiliki derajat yang lebih tinggi diwarnai lebih dulu. Riset Fair 2017 Algoritma ini memberikan hasil yang lebih baik daripada algoritma first fit. Kompleksitas waktu asimtotik dari algoritma ini adalah O(n2).

c. Saturated Degree Ordering (SDO)

Algoritma ini berprinsipkan pada jumlah warna berlainan yang ada pada tetangga-tetangga dari sebuah simpul. Simpul yang bertetanggaan dengan simpul-simpul yang memiliki lebih banyak aneka warna akan diwarnai lebih dulu. Algoritma ini memberikan hasil yang lebih baik daripada algoritma LDO. Kompleksitas waktu asimtotik dari algoritma ini adalah O(n3).

d. Incident Degree Ordering (IDO)

Algoritma ini berprinsipkan pada jumlah simpul tetangga yang telah diwarnai dari suatu simpul. Simpul yang lebih banyak bertetanggaan dengan simpul yang telah diwarnai akan diwarnai lebih dulu. Algoritma ini merupakan modifikasi dari algoritma SDO. Algoritma ini dapat dieksekusi dalam waktu yang lebih cepat, tetapi hasilnya tidak sebaik algoritma SDO. Kompleksitas waktu asimtotik dari algoritma ini adalah O(n2). Berikut ini adalah tabel yang menggambarkan jumlah warna yang dihasilkan dari setiap algoritma. Kepadatan adalah perbandingan dari jumlah sisi (vertex) yang ada terhadap jumlah sisi dari graf lengkapnya.

Jumlah Simpul	Kepadatan	FF	LDO	IDO	SDO
200	25%	20	18	18	17
200	50%	36	34	34	32
200	75%	58	55	56	53
1000	25%	64	62	63	58
1000	50%	127	123	126	116
1000	75%	217	212	214	204

Gambar 8 Perbandingan Algoritma Pewarnaan graf
Sumber :
https://ejurnal.unisri.ac.id/index.php/rsfu/article/download/1993/1768 diakses pada 9 Desember 2022 pukul 22.45

2.2 Bilangan Kromatik

Penyelesaian kasus penjadwalan pada hakikatnya adalah berupaya untuk mengalokasikan sejumlah aktifitas yang mengandung *constraint* atau batasan ke dalam *timeslot* (matriks ruang dan waktu). Jumlah *timeslot* yang tersedia juga memiliki batasan, baik berupa jumlah ruang, maupun waktu penggunaannya. Oleh karena itu, penjadwalan yang baik haruslah dapat menyesuaikan sejumlah keterbatasan *resource* atau sumber daya yang ada agar seluruh aktifitas dapat tetap terlaksana tanpa melanggar constraint-nya. Pewarnaan graf mengakomodasi hal tersebut dengan bilangan kromatik.
Bilangan Kromatik Graf G + (*(G)) adalah jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai simpul (verteks/ V).

2.3 Algoritma Welch-Powell

Algoritma Welch-Powell merupakan salah satu algoritma pewarnaan graf yang melakukan pewarnaan berdasarkan derajat tertinggi dari simpul-simpulnya atau disebut Largesf Degree Ordering (LDO). Algoritma Welch-Powell dapat digunakan untuk mewarnai sebuah graf G secara efisien. Algoritma ini tidak selalu memberikan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai G, namun cukup praktis untuk digunakan dalam pewarnaan simpul sebuah graf. Algoritma WelchPowell hanya cocok digunakan untuk graf dengan orde yang kecil.

Berikut algoritmanya:

- Urutkan simpul-simpul dari G dalam derajat yang menurun (urutan sepertiinimungkin tidak unik karena beberapa simpul mungkinberderajat sama).
- Gunakan satu warna untuk mewarnai slmpul pertama (yang mempunyai derajatertinggi) dan simpul-simpul lain (dalam urutan yang berurut)yang tidak bertetanga dengan simpul pertama ini.
- Mulai lagi dengan simpul berderajat tertinggi berikutnya di dalam daftar terurut yang belum diwarnai dan ulangi proses pewarnaan simpul dengan menggunakan warna kedua.
- Ulangi penggunaan warna-warna sampai semua simpultelah diwarnai.

Gambar 9 Algoritma Welch-Powell
Sumber : http://rizkimuliono.blog.uma.ac.id/wp-content/uploads/sites/365/2018/09/Artikel-9.pdf diakses pada 10 Desember 2022 pukul 23.11

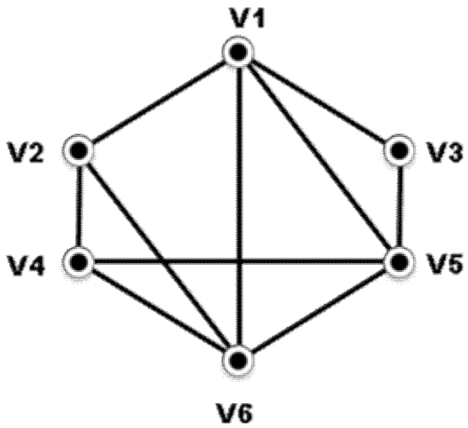
III. PEMBAHASAN

Pada pembahasan dimisalkan terdapat 10 mahasiswa dan 6 mata kuliah yang berbeda. Masing - masing mahasiswa mengontrak mata kuliah dengan kombinasi berbeda, seperti pada tabel berikut ini:

	MATA KULIAH					
MAHASISWA	V1	V2	V3	V4	V5	V6
1	1	1				1
2	1				1	1
3	1		1		1	
4				1	1	
5		1		1		
6	1		1			
7					1	1
8	1	1				
9			1		1	
10	1					1

Tabel 1 Relasi Mahasiswa yang mengambil mata kuliah
Sumber : Arsip penulis

Variasi mata kuliah yang dikontrak oleh mahasiswa dimodelkan secara matematis dalam bentuk graf. Mata kuliah disimbolkan di dalam graf berupa simpul yang merupakan subject dari constraint yang akan dipenuhi. Adapun constraint yang dimaksud adalah syarat bahwa jadwal ujian mata kuliah yang diselenggarakan tidak boleh berbentrokan agar mahasiswa dapat mengikuti seluruh ujian dar mata kuliah yang dikontraknya. Berikut ini adalah representasi graf yang terbentuk dari tabel di atas.



Gambar 10 Graf dari data pada tabel 1
Sumber : Arsip Pribadi

Kemudian dari graf tersebut dapat disusun daftar simpul graf dan ketetanggaannya sebagai berikut:

Verteks (simpul)	Simpul Tetangga
V1	V2, V3, V5,V6
V2	V1,V4, V6
V3	V1, V5
V4	V2, V5
V5	V1, V3,V4, V6
V6	V1, V2, V5

Tabel 2 Tabel simpul dan ketetanggaannya
Sumber : Arsip Penulis

Dengan algoritmaWelch-Powell, hasil yang didapatkan adalah :

Verteks	V1	V5	V6	V2	V4	V3
Derajat	4	4	4	3	3	2
Warna	*a*	*b*	*c*	*b*	*a*	*c*

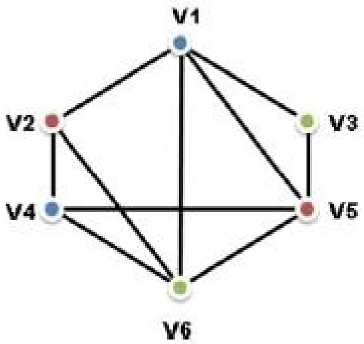
Tabel 3 Tabel pewarnaan graf dengan algoritma Welch-Powel
Sumber : Arsip penulis

Algoritma Welch-Powell dapat digunakan untuk mewarnai sebuah graf G secara efisien. Algoritma ini tidak selalu memberikan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai G, namun cukup praktis untuk digunakan dalam pewarnaan simpul sebuah graf. Algoritma Welch-Powell hanya cocok digunakan untuk graf dengan orde yang kecil.

Alur kerja pewarnaan grafnya sebagai berikut :

1. Pilih Verteks Vl dengan derajat 4 kemudian diberi warna a (dalam gambar misal dipilih warna biru)
2. Pilih Verteks yang tidak bertetangga dengan Vl yaitu V4 kemudian diberi warna a juga.
3. Pilih Verteks V5 dengan derajat 4 kemudian diberi warna b (dalam gambar misal dipilih warna hijau)
4. Pilih Verteks yang tidak bertetangga dengan V5 yaitu V2 kemudian diberi warna b juga.
5. Pilih Verteks VG dengan derajat 4 kemudian diberi warna c (dalam gambar misal dipilih warna merah)
6. Pilih Verteks yang tidak bertetangga dengan V6 yaitu V3 kemudian diberi warna c juga

Hasil pewarnaan graf didapat sebagai berikut :



Gambar 11 Hasil Pewarnaan Graf
Sumber : Arsip Penulis

Berdasarkan gambar di atas, terdapat tiga warna berbeda untuk 6 simpul mata kuliah, yaitu a,b dan c atau biru,hijau dan merah. Atau dikatakan Graf mempunyai bilangan kromatis 3. Sehingga dapat dianalisa bahwa dari 6 mata kuliah tersebut bisa dijadwalkan ujian selama 3 hari yaitu:

1. Hari ke 1: ujian untuk mata kuliah v1 dan v4
2. Hari ke 2: ujian untuk mata kuliah v2 dan v5
3. Hari ke 3: ujian untuk mata kuliah v3 dan v6

Pewarnaan tersebut memiliki arti bahwa mata kuliah (simpul) dengan warna yang sama dapat menyelenggarakan ujian dalam waktu bersamaan (bisa di ruang berbeda) dan dapat dipastikan bahwa mahasiswa yang mengikuti ujian tersebut tidak memiliki jadwal ujian mata kuliah lain pada waktu yang sama. Solusi inilah yang menjadikan teori pewarnaan graf banyak diimplementasikan pada berbagai kasus scheduling (penjadwalan), yaitu mengefektifkan waktu untuk banyak keperluan dan jumlah resource yang terbatas.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan analisa dan pembahasan diatas dapat diambil kesimpulan bahwa algoritma pewarnaan graf Welch Powell bisa digunakan untuk menentukan jadwal ujian semester pada sistem informasi akademik Perguruan Tinggi sehingga tidak terjadi bentrokan jadwal ujian untuk semua mahasiswa dan algoritma pewarnaan graf Welch Powell bisa digunakan untuk menentukan minimal jumlah hari ujian yang dibutuhkan dalam mengadakan ujian tersebut sehingga bisa menghemat waktu.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis ucapkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala nikmat kesehatan maupun kekuatan sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas makalah IF2120 Matematika Diskrit dengan judul “Penyusunan Jadwal Ujian Mata Kuliah Dengan Algoritma Pewarnaan Graf” ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu. Terima kasih pula kepada dosen Matematika Diskrit, Ibu Fariska Zakhralativa Ruskanda, S.T., M.T. yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat untuk menyokong pembuatan makalah Matematika Diskrit ini. Semoga Tuhan. membalas semua kebaikan dengan kebaikan yang berlipat ganda. Ucapan terima kasih juga penulis ucapkan kepada keluarga dan teman-teman penulis yang senantiasa membantu dan memberikan dukungan dalam pembuatan makalah ini. Semoga pembahasan pada makalah ini tidak berhenti sampai disini dan terus dikembangkan lebih lanjut lagi. Makalah ini bukan makalah sempurna, masih kekurangan didalamnya. Penulis memohon maaf yang sebesar-besarnya.

REFERENSI

[1] Munir, Rinaldi. (2005). Matematika Diskrit edisi Ketiga,l Bandung: Informatika diakses pada 3 Desember 2022 pukul 19.26

[2] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Kombinatorial-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 19.54

[3] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Kombinatorial-2020-Bagian2.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.12

[4] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.28

[5] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf diakses pada 3 Desemeber 2022 pukul 20.35

[6] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian3.pdf diakses pada 3 Desember 2022 pukul 20.51

[7] http://rizkimuliono.blog.uma.ac.id/wp-content/uploads/sites/365/2018/09/Artikel-9.pdf diakses pada 9 Desember 2022 pukul 22.14

[8] http://lib.unnes.ac.id/36093/1/4111411047.pdf diakses pada 11 Desember 2022 pukul 21.18

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2022

Satria Octavianus Nababan
NIM 13521168